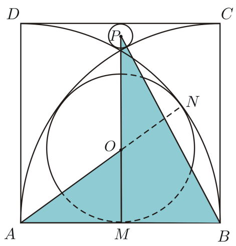
Objetivas - Gabarito Retificado

01)D	08)C	15)C	22)A	29)B
02)A	09)A	16)C	23)C	30)A
03)E	10)B	17)C	24)anulada	31)A
04)E	11)C	18)B	25)E	32)B
05)A	12)D	19)C	26)C	33)C
06)anulada	13)C	20)D	27)B	34)B
07)anulada	14)E	21)D	28)E	35)C

Discursivas - Gabarito

Questão 1 Na figura, sejam O e P os centros do círculo maior e do círculo menor, respectivamente. Sejam M o ponto de tangência do círculo maior com o lado AB e N o ponto de tangência desse círculo com o arco $arc(BD)$.



Consideremos o triângulo AMO. Por simetria, vemos que M é ponto médio de AB e, assim, $AM = \frac{1}{2}$. Seja R o raio do círculo maior. Então $OM = R$ e $AO = 1 - R$. Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo AMO, concluimos que $R = \frac{3}{8}$. Agora consideremos o triângulo BMP. Seja r o raio do círculo menor. Temos que $BM = \frac{1}{2}$, $MP = 1 - r$ e $BP = 1 + r$. Usando o Teorema de Pitágoras no triângulo BMP, segue que $r = \frac{1}{16}$. Portanto, $R = 6r$.

Questão 2 Primeiramente, iremos colocar os algarismos 1, temos:

1111111

Agora, observe que podemos acrescentar um algarismo entre cada algarismo 1 ou nos extremos.

_1_1_1_1_1_1_1_

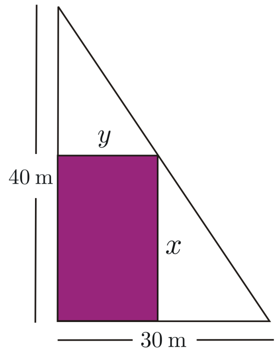
Então, há 8 lugares possíveis para colocar o algarismo 2. Escolhendo por exemplo o segundo lugar obtemos

_121_1_1_1_1_1_. Com isso temos 9 lugares para colocar o algarismo 3.

_1_2_1_1_1_1_1_1_

Portanto, a quantidade de números que podemos formar é igual a $8 \times 9 = 72$.

Questão 3 Vamos denotar as dimensões do retângulo por y e x conforme a figura abaixo.



Então, a área do retângulo é dada por $A(x) = xy$.

Observando a semelhança entre os triângulos da figura obtemos a relação $\frac{y}{30} = \frac{40-x}{40}$, donde $y = \frac{1200-30x}{40}$. Usando essa relação para substituir y em $A(x) = xy$ temos $A(x) = x\left(30 - \frac{3}{4}x\right)$ função que nos dá área do retângulo. A função quadrática A tem ponto de máximo, então quando determinamos esse ponto, teremos encontrado a solução do problema. A abscissa do vértice da parábola é dada por $x = \frac{-b}{2a} = 20$. E daí obtemos $y = 15$. Logo, as dimensões do retângulo de área máxima são $x = 20$ e $y = 15$.